Objectif CRPE
Tous droits réservés

Objectif CRPE

Corrigé du sujet de mathématiques

2023 – Groupement 3

Objectif CRPE
Tous droits réservés

Table des matières

1. Exercice 1 3

2. Exercice 2 4

3. Exercice 3 7

4. Exercice 4 11

5. Exercice 5 13

Objectif CRPE
Tous droits réservés

1. EXERCICE 1

Question	Correction
1.	Comme $4\,216 = 248 \times 17$ alors 4 216 est un multiple de 17.
2.a.	Critère de divisibilité par 3 : Un nombre entier est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
2.b.	Soit x le chiffres des unités. Pour que le nombre de Guillaume soit un multiple de 3 il faut que $2 + 2 + 9 + x$ soit un multiple de 3, c'est-à-dire que $13 + x$ doit être un multiple de 3. Les valeurs de x possibles sont : 2 (car 13+2 = 15 est un multiple de 3), 5 (car 13+5 = 18 est un multiple de 3) et 8 (car 13+8 = 21 est un multiple de 3). Ainsi, le chiffre des unités du nombre peut être : 2, 5 ou 8.
3.a.	On utilise le critère de divisibilité par 7 donné dans l'énoncé avec le nombre 413. Son nombre de dizaines est 41. Le double de ses unités est $3 \times 2 = 6$. De plus, $41 - 6 = 35$ est un multiple de 7. Donc 413 est bien divisible par 7.
3.b.	On utilise le critère de divisibilité par 7 donné dans l'énoncé avec le nombre 5 292. Son nombre de dizaines est 529. Le double de ses unités est $2 \times 2 = 4$. De plus, $529 - 4 = 525$. On utilise à nouveau le critère avec 525. Son nombre de dizaines est 52. Le double de ses unités est $5 \times 2 = 10$. De plus, $52 - 10 = 42$ est un multiple de 7. Donc 525 est un multiple de 7 donc 5 292 est bien divisible par 7.
3.c.	Dans la cellule C1, on peut saisir la formule $= \boldsymbol{A1 - B1 * 10}$. Dans la cellule D1, on peut saisir le formule $= \boldsymbol{B1 - 2 * C1}$.
3.d.	7 est un multiple de 7, donc 112 est un multiple de 112 donc 1 120 est un multiple de 7, donc 11 389 est un multiple de 7, donc 113 890 est un multiple de 7 donc 1 138 984 est un multiple de 7.

Objectif CRPE
Tous droits réservés

2. EXERCICE 2

Question	Correction
1.a.	Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $BC^2 = 300^2 + 400^2$ $BC^2 = 250\,000$ Donc $BC = \sqrt{250\,000} = 500$. La longueur BC est égale à 500 m.
1.b.	On sait que les droites (AF) et (BI) sont sécantes en C et que les droites (AB) et (FI) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CI}{CB} = \frac{CF}{CA} = \frac{IF}{BA}$ $\frac{350}{500} = \frac{CF}{400} = \frac{IF}{300}$ En particulier : $\frac{350}{500} = \frac{CF}{400}$ donc $CF = \frac{350\times400}{500} = 280$ Et $\frac{350}{500} = \frac{IF}{300}$ donc $IF = \frac{350\times300}{500} = 210$ La longueur IF est égale à 210 m et la longueur CF est égale à 280 m.
1.c.	On sait que les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C et que les droites (AB) et (DE) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{AB}{DE}$ $\frac{500}{1\,250} = \frac{400}{CE} = \frac{300}{ED}$ En particulier : $\frac{500}{1\,250} = \frac{300}{ED}$ donc $ED = \frac{300\times1\,250}{500} = 750$ La longueur ED est égale à 750 m.

Tous droits réservés

1.d.	La longueur du parcours $ABIFCDE$ est égale à : $$AB + BI + IF + FC + CD + DE = 300 + BI + 210 + 280 + 1\,250 + 750 = 2\,790 + BI$$ Comme le point I appartient à $[BC]$ alors $BI = BC - IC = 500 - IC$. Dans le triangle FIC rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore, on a : $$IC^2 = IF^2 + FC^2 = 210^2 + 280^2 = 122\,500$$ $$IC = \sqrt{122\,500} = 350$$ Donc $BI = 500 - IC = 500 - 350 = 150$ $$AB + BI + IF + FC + CD + DE = 2\,790 + 150 = 2\,940$$ La longueur du parcours $ABIFCDE$ est $2\,940$ m.
2.a.	La courbe représentative n'est pas une droite passant par l'origine du repère donc la durée du parcours n'est pas proportionnelle à la distance parcourue.
2.b.	Graphiquement, on lit : en une heure, Quentin a parcouru 20 km.
2.c.	La vitesse est donnée par $v = \frac{d}{t} = \frac{20}{1} = 20$. Durant la première heure, la vitesse moyenne de Quentin est égale à 20 km/h. Cela signifie qu'il a parcouru 20 km en 1 h, soit en $3\,600$ s. Ainsi, en une seconde, il a parcouru $\frac{20}{3\,600} \approx 0{,}005\,555$ km ce qui correspond à environ 5,56 mètres. Durant la première heure, la vitesse moyenne de Quentin est d'environ $5{,}56$ m/s.
2.d.	1 h 45 min correspond à 1,75 h. Graphiquement, on lit : en 1h45, Quentin a parcouru environ 32 km.
2.e.	Durant la troisième heure, Quentin a parcouru $65 - 35 = 30$ km. Sa vitesse moyenne durant la troisième heure est d'environ 30 km/h.
2.f.	On augmente de 40 % la vitesse moyenne de la première heure. $$20 \times \left(1 + \frac{40}{100}\right) = 28$$

	Or, $30 > 28$. Donc on peut affirmer que sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40 % à sa vitesse moyenne de la première heure.
2.g.	Lors de cette sortie, Quentin a parcouru 95 km en 4,5 heures. $$v = \frac{d}{t} = \frac{95}{4{,}5} \approx 21{,}11$$ Lors de cette sortie, la vitesse de Quentin est d'environ 21,11 km/h.

Rejoignez la préparation au CRPE 2024 !

Objectif CRPE vous accompagne vers la réussite !
Bénéficiez d'une préparation d'excellence 100% en ligne :

- + de **250 h de cours en live**, replay 24h/24
- 40 h de remise à niveau en français et mathématiques
- 30 h de fondamentaux en didactique et en épreuve d'application
- **9 concours blancs** avec vidéo-correction individuelle
- **4 oraux blancs individuels** avec un expert du CRPE
- + de 100 sujets-type corrigés
- La réponse à toutes vos questions par votre référente de l'équipe de la prépa et de l'équipe pédagogique
- Entraide et groupes de travail au sein de la promotion Pivoines
- Convention de stage
- Option LVE : 20 h de cours, 2 oraux blancs

Prenez RDV gratuitement avec un membre de l'équipe pour en savoir plus !

Je prends rendez-vous

ou je découvre la préparation ici.

Objectif CRPE
Tous droits réservés

Cliquez sur l'image pour voir un exemple de cours en live avec sujet-type corrigé et exposé d'un candidat :

3. EXERCICE 3

Question	Correction
1.	Le quadrilatère tracé a quatre côtés égaux, par définition, c'est un losange. Pierre a raison. Par définition, un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits. Le quadrilatère tracé a quatre angles droits, donc c'est un rectangle. Ana a tort. Le polygone tracé a quatre côtés donc c'est un quadrilatère. Karim a raison. Ce quadrilatère a quatre côtés égaux et quatre angles droits donc c'est un carré. Lucie a raison.
2.a.	La longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à la longueur su segment [RS] choisi au départ. En choisissant un segment [RS] de longueur 4 cm, on obtient un pentagone dont les côtés mesurent $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ cm.

Objectif CRPE
Tous droits réservés

Longueur du segment $[RS]$ en cm	4	?
Longueur d'un côté du pentagone en cm	$\sqrt{10-2\sqrt{5}}$	7

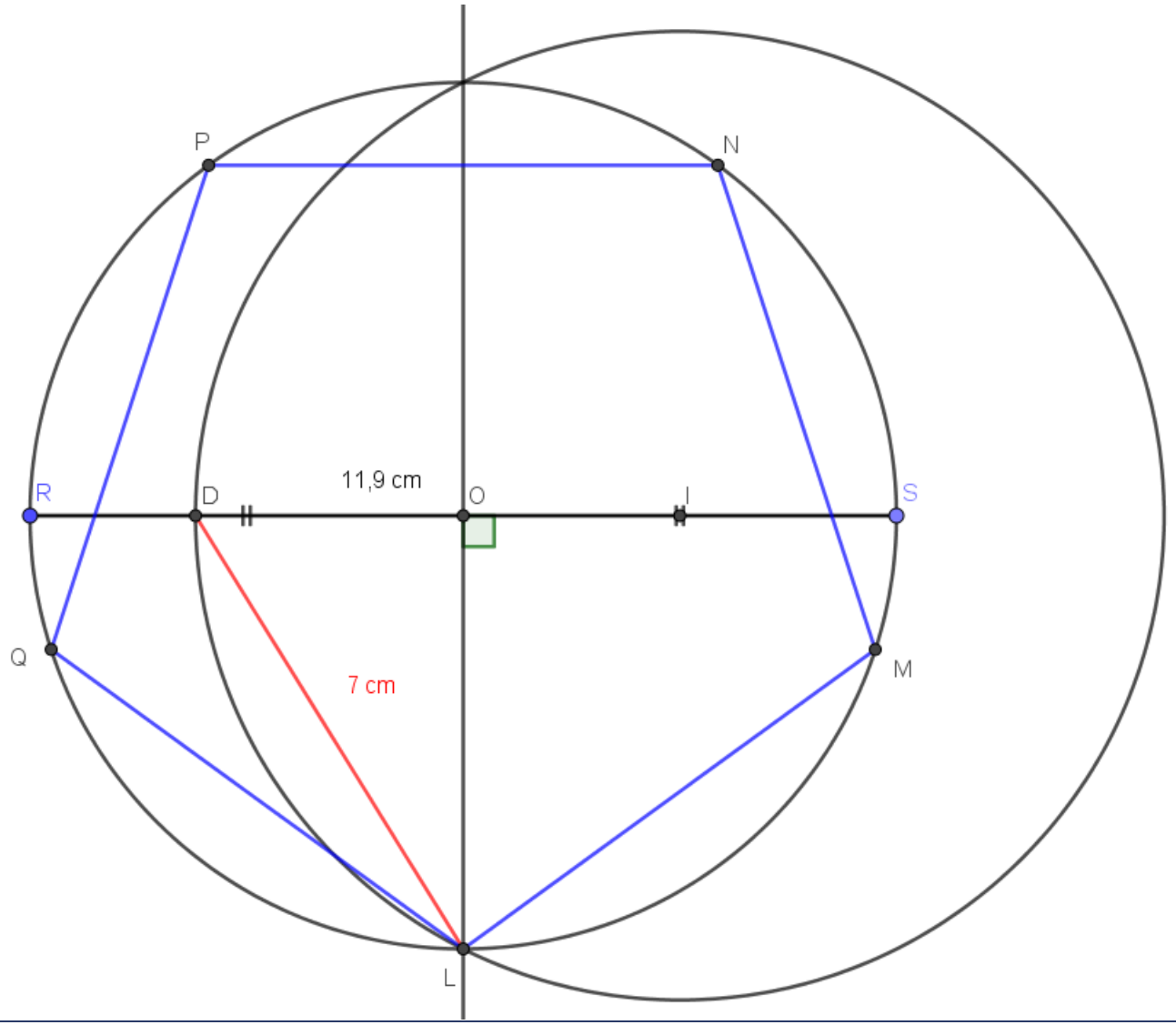
Ainsi, si les côtés d'un pentagone mesurent 7 cm alors, en utilisant un produit en croix, on a

$$RS = \frac{4 \times 7}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} \approx 11{,}9$$

Il faut donc commencer par construire un segment [RS] mesurant environ 11,9 cm.

Tous droits réservés

2.b.



Objectif CRPE
Tous droits réservés

2.c.	Dans la boucle Répéter, on trace deux segments de 80 pas. En tout, il y a 10 segments. Donc on doit répéter 5 fois la boucle Répéter. L'angle intérieur des branches de l'étoile mesure 36° (grâce au schéma de la page 4, $\widehat{GFC} = 180 - 2 \times 72 = 36$ car un triangle isocèle a ses deux angles de la base égaux). Ainsi, on doit faire tourner le lutin de $180 - 36 = 144°$ pour tracer le deuxième segment de la branche de l'étoile. Ligne 7 : Répéter 5 fois Ligne 9 : Tourner vers la gauche de 144 degrés
2.d.	Chaque côté mesure 80 pas. Il y a 10 côtés. Le périmètre, en pas, de cette étoile est égal à $10 \times 80 = 800$ pas.
2.e.	Si on souhaite doubler le périmètre, il faut doubler les longueurs des côtés. Lors d'un agrandissement, en revanche, les angles gardent leur mesure. Ligne 8 : Avancer de 160 pas Ligne 9 : Tourner vers la gauche de 144 degrés Ligne 10 : Avancer de 160 pas Ligne 11 : Tourner vers la droite de 72 degrés

Objectif CRPE
Tous droits réservés

4. EXERCICE 4

<table>
<tr><th>Question</th><th>Correction</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>L'élève obtient un 3 et un 2.

Lorsque les deux dés n'indiquent pas le même nombre, le joueur prend autant de jetons que le plus grand des deux nombres (ici 3) ou le double de jetons du plus petit (ici 2).

Il peut donc prendre 3 ou 4 jetons.</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Si l'un des dés a une face dont le nombre est supérieur strictement à 3 alors le joueur devra prendre ce nombre.

Les tirages permettant d'obtenir 3 jetons sont : un 1 et un 3, un 2 et un 3, deux 3.</td></tr>
<tr><td>3.a.</td><td>On peut représenter les issues grâce à un tableau à double entrée.
<table>
<tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr>
<tr><th>1</th><td>1</td><td>2</td><td>3 ou 2</td><td>4 ou 2</td><td>5 ou 2</td><td>6 ou 2</td></tr>
<tr><th>2</th><td>2</td><td>2</td><td>3 ou 4</td><td>4</td><td>5 ou 4</td><td>6 ou 4</td></tr>
<tr><th>3</th><td>3 ou 2</td><td>3 ou 4</td><td>3</td><td>4 ou 6</td><td>5 ou 6</td><td>6</td></tr>
<tr><th>4</th><td>4 ou 2</td><td>4</td><td>4 ou 6</td><td>4</td><td>5 ou 8</td><td>6 ou 8</td></tr>
<tr><th>5</th><td>5 ou 2</td><td>5 ou 4</td><td>5 ou 6</td><td>5 ou 8</td><td>5</td><td>6 ou 10</td></tr>
<tr><th>6</th><td>6 ou 2</td><td>6 ou 4</td><td>6</td><td>6 ou 8</td><td>6 ou 10</td><td>6</td></tr>
</table>
Cette expérience est une situation d'équiprobabilité. Il y a 36 issues au total. L'événement « les nombres obtenus sont un 3 et un 2 » a deux issues : le premier dé est 3 et le deuxième dé est 2 ((3 ;2)) ou le premier dé est 2 et le deuxième dé est 3 ((2 ;3)). La probabilité de cet événement est $\frac{2}{36} = \frac{1}{28}$.</td></tr>
<tr><td>3.b.</td><td>L'événement « au moins un des deux nombres obtenus est 3 » a 11 issues :

(1 ;3), (2 ;3), (3 ;3), (4 ;3), (5 ;3), (6 ;3), (3 ;1), (3 ;2) ; (3 ;4) ; (5 ;3) et (6 ;3).

La probabilité de cet événement est égale à $\frac{11}{36}$.</td></tr>
<tr><td>3.c.</td><td>Grâce au tableau, on constate que 13 issues permettent de prendre 4 jetons (en jaune dans le tableau).

La probabilité de cet événement est égale à $\frac{13}{36}$.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Les lancers sont indépendants les uns des autres. Le résultat d'un premier lancer n'a pas d'impact sur le lancer suivant. La probabilité qu'il prenne de nouveau 3 jetons reste identique par rapport à la probabilité d'avoir pris 3 jetons au tirage précédent.</td></tr>
</table>

Tous droits réservés

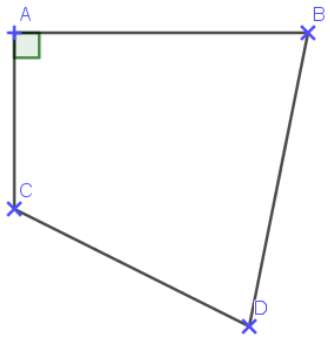
5.	L'élève possède 12 jetons. Il faut qu'il obtienne exactement 15 jetons. S'il obtient un 1 ou un 4, il peut prendre 4 ou 2 jetons. S'il prend 4 jetons, il en aura 16, ce qui est supérieur à 15, donc il a perdu. S'il prend 2 jetons, il aura 14 jetons, et il sera très peu probable d'obtenir un tirage lui permettant de ne prendre qu'un jeton. En effet, une seule issue le permet. Donc la probabilité sera de $\frac{1}{36}$. S'il passe son tour, la probabilité de gagner au tour suivant sera égale à $\frac{5}{36}$ car 5 issues lui permettent de prendre 3 jetons pour obtenir 15 jetons au total. Il est donc préférable pour lui de passer son tour.

Objectif CRPE
Tous droits réservés

5. EXERCICE 5

Question	Correction
1.	257 est un nombre décimal car il peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule. Par exemple, $257 = 257{,}0$. Affirmation vraie.
2.	$$\frac{7}{3} - 8 = \frac{7}{3} - \frac{24}{3} = -\frac{17}{3}$$ $-\frac{17}{3}$ s'écrit comme le quotient de deux nombres entiers donc $\frac{7}{3} - 8$ est un nombre rationnel. Affirmation vraie.
3.	Soit n un nombre entier. $$n + (n+1) + (n+2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n+1)$$ La somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3. Affirmation vraie.
4	$(x+1)(x-2) = (x-3)(x+4)$ $x^2 - 2x + x - 2 = x^2 + 4x - 3x - 12$ $-x - 2 = x - 12$ $-x - x = -12 + 2$ $-2x = -10$ $x = \frac{-10}{-2} = 5$ 5 est solution de l'équation. Il s'agit d'un nombre entier. Affirmation vraie.
5.	Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 15 % est $1 + \frac{15}{100} = 1{,}15$. Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 10% est $1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$. $1{,}15 \times 1{,}1 = 1{,}265$ ce qui correspond à une augmentation de 26,5 %.

Tous droits réservés

	Or, le coefficient multiplicateur d'une augmentation de $25\ \%$ est $1 + \frac{25}{100} = 1{,}25$. Affirmation fausse.
6.	Un contre-exemple suffit.  Affirmation fausse.
7.	Un triangle rectangle a un angle droit. Or, tous les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°. Donc un triangle rectangle ne peut pas être équilatéral. Affirmation fausse.
8.	$f(x) = -3x + 1$ $f(-11) = -3 \times (-11) + 1 = 33 + 1 = 34 \neq 4$ L'image de -11 par f n'est pas égal à 4. Donc l'antécédent de 4 par f n'est pas -11. Affirmation fausse.
9.	D'une part $AC^2 = 39^2 = 1\,521$. D'autre part $AB^2 + BC^2 = 35^2 + 12^2 = 1\,369$. Comme $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ alors l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée. Donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, on peut conclure que le triangle ABC n'est pas rectangle. Affirmation fausse.

Tous droits réservés

10.	Lors d'un agrandissement de rapport k, les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2. Donc lors d'un agrandissement de rapport 3, les aires sont multipliées par $3^2 = 9$. Affirmation fausse.

Rejoignez la préparation au CRPE 2024 !

Objectif CRPE vous accompagne vers la réussite !
Bénéficiez d'une préparation d'excellence 100% en ligne :

- + de **250 h de cours en live**, replay 24h/24
- 40 h de remise à niveau en français et mathématiques
- 30 h de fondamentaux en didactique et en épreuve d'application
- **9 concours blancs** avec vidéo-correction individuelle
- **4 oraux blancs individuels** avec un expert du CRPE
- + de 100 sujets-type corrigés
- La réponse à toutes vos questions par votre référente de l'équipe de la prépa et de l'équipe pédagogique
- Entraide et groupes de travail au sein de la promotion Pivoines
- Convention de stage
- Option LVE : 20 h de cours, 2 oraux blancs

Prenez RDV gratuitement avec un membre de l'équipe pour en savoir plus !

Je prends rendez-vous

ou je découvre la préparation ici.