

SESSION 2023

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Concours externe

Deuxième épreuve d'admissibilité

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier. Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.

Tournez la page S.V.P

Ce sujet est composé de cinq exercices indépendants.

EXERCICE 1

1. L'entier 4 216 est-il un multiple de 17 ? Justifier.
2. Guillaume veut revoir sa leçon en prenant son petit déjeuner. Malheureusement, il a renversé son chocolat sur sa feuille. Le chiffre des unités et la justification de l'exemple du maître, sont illisibles...

2 29 est divisible par 3 car

- a. Rappeler le critère de divisibilité par 3.
 - b. Donner toutes les valeurs possibles du chiffre des unités, caché par la tâche située à gauche.
3. On admet qu'un nombre entier n est divisible par 7 si et seulement si la différence entre son nombre de dizaines et le double de son chiffre des unités est un multiple 7, positif ou négatif.
Par exemple, 294 est divisible par 7 car $29 - 4 \times 2 = 21$, et 21 est divisible par 7.
- a. En détaillant les étapes, vérifier que 413 est bien divisible par 7 en utilisant le critère indiqué ci-dessus.
 - b. Le nombre 5 292 est-il divisible par 7 ? Répondre en appliquant, plusieurs fois si nécessaire, le critère précédent.
 - c. Pour déterminer si 1 138 984 est divisible par 7, on utilise le critère précédent à l'aide d'un tableur. On rappelle que la fonction ENT renvoie la partie entière d'un nombre.

	A	B	C	D
1	1138984	113898	-4	113890
2	113890	11389	0	11389
3	11389	1138	9	1120
4	1120	112	0	112
5	112	11	2	7

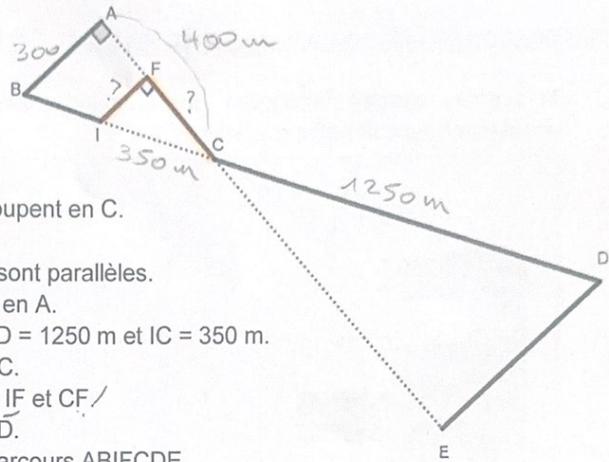
Dans la cellule B1 on a saisi la formule : « = ENT(A1/10) ».

Observer la feuille de calcul puis indiquer des formules ayant pu être saisies dans les cellules C1 et D1 qui, étirées vers le bas de la feuille de calcul, permettent d'obtenir directement la feuille de calcul ci-dessus.

- d. Le nombre 1 138 984 est-il divisible par 7 ? Justifier en interprétant les résultats fournis par la feuille de calcul.

EXERCICE 2

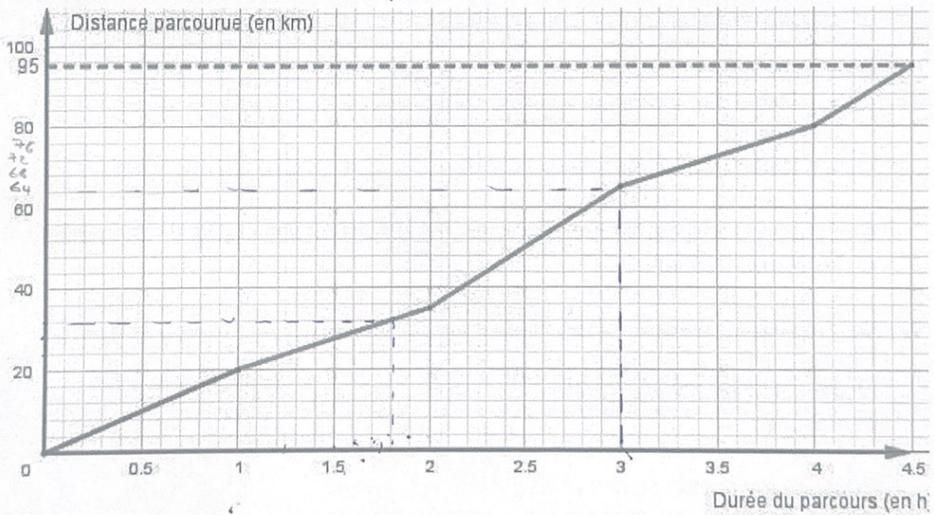
1. Nadia se prépare pour le cross organisé par son école dont le parcours, ABIFCDE, est représenté ci-contre.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
 $F \in [AC]$ et $I \in [BC]$.
 Les droites (AB), (FI) et (DE) sont parallèles.
 ABC est un triangle rectangle en A.
 $AB = 300$ m ; $AC = 400$ m ; $CD = 1250$ m et $IC = 350$ m.

- Déterminer la longueur BC.
- Déterminer les longueurs IF et CF.
- Déterminer la longueur ED.
- Calculer la longueur du parcours ABIFCDE.

2. Quentin, un adolescent de 16 ans, fait du vélo. On a représenté ci-dessous la distance parcourue en fonction de la durée de parcours lors de sa dernière sortie.

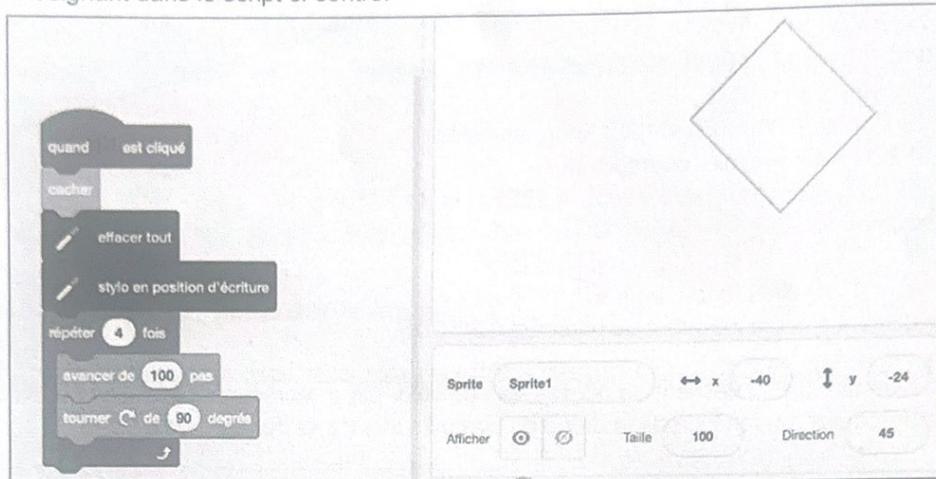


- La durée du parcours en heure est-elle proportionnelle à la distance parcourue en kilomètre ? Justifier.
 Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par le graphique.
- Quelle distance a parcouru Quentin en 1h ?
- Déterminer la vitesse moyenne de Quentin durant la première heure, en mètre par seconde, avec un arrondi au centième.
- Quelle distance a parcouru Quentin en 1h45 ?
- Estimer la vitesse de Quentin durant la troisième heure de son parcours, en kilomètre par heure.
- Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40 % à sa vitesse moyenne lors de la première heure ? Justifier.
- Quelle est la vitesse moyenne de Quentin lors de cette sortie, en kilomètre par heure, avec un arrondi au centième.

EXERCICE 3

Un enseignant de CM2 souhaite créer avec ses élèves des décorations pour la salle de classe.

1. Un premier groupe fabriquera une guirlande constituée d'un motif proposé par l'enseignant dans le script ci-contre.



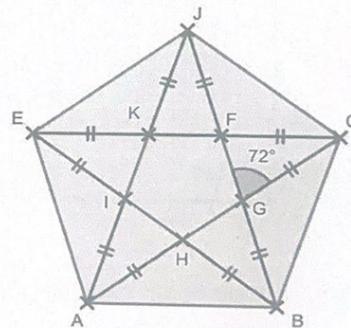
En voyant apparaître la figure,

- Pierre dit : « c'est un losange ».
- Ana dit : « ce n'est pas un rectangle ».
- Karim dit : « c'est un quadrilatère ».
- Lucie dit : « c'est un carré ».

En utilisant le script et les propriétés des quadrilatères, dire si chaque affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

2. Un second groupe fabriquera des étoiles. L'enseignant leur a montré comment dessiner une étoile à cinq branches sur GeoGebra en utilisant un pentagone :

Pour pouvoir construire des pentagones avec la règle et le compas, il propose le programme de construction ci-dessous.

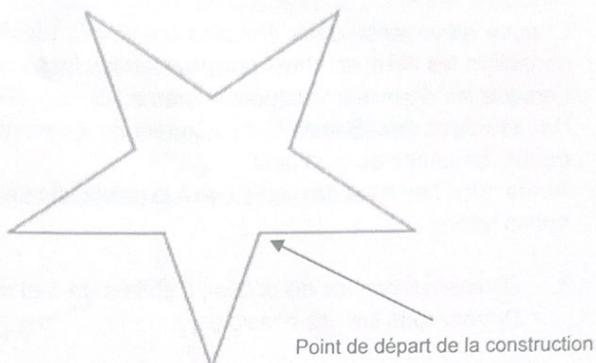


Tracer un segment [RS].
 Placer le point O au milieu du segment [RS].
 Tracer le cercle de diamètre [RS].
 Soit L un point de ce cercle tel que $(OL) \perp (RS)$.
 Placer le point I au milieu du segment [OS].
 Le cercle de centre I et de rayon IL coupe le segment [RO] en D.
 LD est la longueur des côtés du pentagone régulier inscrit dans le cercle de diamètre [RS], placer les 5 sommets du pentagone sur le cercle.
 Construire le pentagone.

La longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à la longueur du segment [RS] choisi au départ. En choisissant un segment [RS] de longueur 4 cm, on obtient un pentagone dont les côtés mesurent $\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ cm.

- Montrer que pour obtenir un pentagone dont les côtés mesurent 7 cm, il faut commencer par construire un segment [RS] mesurant environ 11,9 cm.
- En utilisant le programme de construction précédent, construire un pentagone régulier LMNPQ dont les côtés mesurent 7 cm.

Puis, il leur montre l'étoile à cinq branches ci-contre, obtenue en utilisant le logiciel Scratch :



- Recopier et compléter les lignes 7 et 9 du script utilisé pour construire l'étoile. On rappelle que lorsque le lutin est orienté à 90° cela signifie qu'il va se déplacer vers la droite.

```

quand [ ] est cliqué
  cacher
  aller à x: 0 y: 0
  s'orienter à 90
  effacer tout
  stylo en position d'écriture
  Ligne 7 → répéter [ ] fois
    avancer de 80 pas
    Ligne 9 → tourner [ ] de [ ] degrés
    avancer de 80 pas
    tourner [ ] de 72 degrés
  relever le stylo
  
```

- Quel est le périmètre, en pas, de cette étoile ?
- L'enseignant souhaite doubler le périmètre de son étoile. Recopier les quatre lignes à l'intérieur du bloc « répéter », ligne 8 à 11, en apportant les modifications nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.

EXERCICE 4

Dans une classe de Grande Section, l'enseignant propose à ses élèves le jeu suivant dans lequel il s'agit d'être le premier à avoir exactement 15 jetons (source : *Découvrir les maths GS* - Éditions Hatier).

Chaque élève lance deux dés bien équilibrés, identiques, à 6 faces numérotées de 1 à 6. Il considère les deux nombres indiqués sur les faces supérieures de chacun des dés.

Lorsque les deux dés indiquent le même nombre, l'élève prend autant de jetons que l'indique l'un des deux dés. Sinon, il prend autant de jetons que le plus grand des deux nombres ou le double de jetons du plus petit.

Après avoir lancé les dés, un élève a la possibilité de passer son tour. Dans ce cas, il ne prend aucun jeton.

1. Un élève lance les deux dés ; il obtient un 3 et un 2. Combien de jetons peut-il prendre ? Donner tous les cas possibles.
2. Dresser la liste des tirages permettant d'obtenir 3 jetons.
3. Un élève lance les deux dés.
 - a. Montrer que la probabilité de l'événement « les nombres obtenus sont un 3 et un 2 » est $\frac{1}{18}$.
 - b. Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des nombres obtenus est 3 » ?
 - c. Quelle est la probabilité de l'événement « les nombres obtenus permettent de prendre 4 jetons » ?
4. Après un nouveau lancer des deux dés, un élève a pris 3 jetons. Au lancer suivant, la probabilité qu'il prenne de nouveau 3 jetons augmente-t-elle, reste-t-elle identique ou diminue-t-elle par rapport à la probabilité d'avoir pris 3 jetons au tirage précédent ? Justifier.
5. En fin de partie, un élève possède 12 jetons. Lors de son lancer de dés, il obtient un 1 et un 4. Pourquoi est-il préférable pour lui de passer son tour ?

EXERCICE 5

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

Affirmation 1 : « 257 est un nombre décimal. »

Affirmation 2 : « $\frac{7}{3} - 8$ est un nombre rationnel. »

Affirmation 3 : « la somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3. »

Affirmation 4 : « l'équation $(x + 1)(x - 2) = (x - 3)(x + 4)$ admet un nombre entier comme solution. »

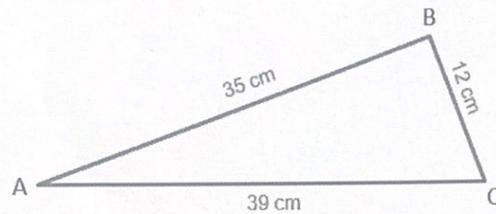
Affirmation 5 : « augmenter une quantité de 15% puis de 10% revient à l'augmenter de son quart. »

Affirmation 6 : « un quadrilatère ayant un angle droit est un rectangle. »

Affirmation 7 : « un triangle rectangle peut être équilatéral. »

Affirmation 8 : « par la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1$, l'antécédent de 4 est -11 . »

Affirmation 9 : « le triangle ABC, schématisé ci-dessous, est rectangle. »



Affirmation 10 : « si on multiplie par 3 les longueurs des côtés d'un rectangle, alors son aire est également multipliée par 3. »

Information aux candidats

Les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Externe

	Concours	Épreuve	Matière
Public	EXT PO PU	102	9418
Privé	EXT PO PR	102	9418